Inspectoratul Şcolar al Județului Hunedoara

# OLIMPIADA DE MATEMATICĂ
# ETAPA JUDEȚEANĂ - ETAPA JUDEȚEANĂ

## BAREM DE CORECTARE – CLASA a VI-a

1. a) Înmulțind egalitățile din enunț obținem $\frac{x}{yz}\cdot\frac{y}{xz}\cdot\frac{z}{xy}=abc$. Deci $abcxyz=1$ care este pătrat perfect.

b) $\frac{x}{yz}=1\Rightarrow x=yz\Rightarrow x^2=xyz\Rightarrow x^2=\frac{1}{36}$.

$\frac{y}{xz}=4\Rightarrow y=xz\Rightarrow y^2=4xyz\Rightarrow y^2=\frac{4}{36}$

$\frac{z}{xy}=9\Rightarrow z=xy\Rightarrow z^2=9xyz\Rightarrow z^2=\frac{9}{36}$ şi atunci $x^2+y^2+z^2=\frac{7}{18}$

2. a) $\frac{n}{n+1}=1-\frac{1}{n+1}$, $\frac{n+1}{n+2}=1-\frac{1}{n+2}$. Deoarece $\frac{1}{n+1}>\frac{1}{n+2}$ deducem $\frac{n}{n+1}<\frac{n+1}{n+2}$

b) Avem din a) $\frac{1}{2}<\frac{2}{3}<...<\frac{n}{n+1}$. Dar $\frac{1}{2}+\frac{2}{3}+....+\frac{n}{n+1}>\frac{1}{2}+\frac{1}{2}+....+\frac{1}{2}=\frac{n}{2}$ .

Apoi $\frac{1}{2}+\frac{2}{3}+....+\frac{n}{n+1}<\frac{n}{n+1}+\frac{n}{n+1}+....+\frac{n}{n+1}=\frac{n^2}{n+1}$.

Atunci

$$s_1+s_2=\frac{2}{1}+\left(\frac{1}{2}+\frac{3}{2}\right)+\left(\frac{2}{3}+\frac{4}{3}\right)+....+\left(\frac{n-1}{n}+\frac{n+1}{n}\right)+\frac{n}{n+1}=2n+\frac{n}{n+1}>2n$$

3. Avem

$AM\cdot MB=AN\cdot NB\Leftrightarrow AM\ \ MN+NB\ =\ AM+MN\ \ NB$

$\Leftrightarrow AM\cdot MN=MN\cdot NB$ de unde $AM\ \equiv\ NB$ .

a) Fie $CO$ mediatoarea lui $MN$ ,$O\in MN\Rightarrow$ $MO\ \equiv\ NO$ şi atunci $AO\ \equiv\ BO$ şi deci $CO$ este mediatoarea segmnetului $AB$ .

b) Deoarece $CO$ este mediatore, avem $CM\ \equiv\ CN$ . Atunci

$\triangle ACM\equiv\triangle BCN$ $L.L.L.$ $\Rightarrow\widehat{ACM}\equiv\widehat{BCN}$. Dacă $CN$ bisectoarea unghiului

$\widehat{ACN}$, atunci $\widehat{ACM} \equiv \widehat{MCN}$. Deducem $\widehat{BCN} \equiv \widehat{MCN} \Rightarrow CN$ este bisectoarea unghiului q $\widehat{BCM}$

4.

Dacă $m\ \widehat{AOB} = 90^0 \Rightarrow \triangle AOB \equiv \triangle COD\ \ C.I$

$\Rightarrow\ AO \equiv CO\ \ C.C \Rightarrow\ AD \equiv BC$ .

Dacă $m\ \widehat{AOB} > 90^0$, fie $BE \perp AC,\ DF \perp AC$

şi $\triangle OBF \equiv \triangle ODF\ \ I.U \Rightarrow \triangle ABE \equiv CDF\ \ I.C$

$\Rightarrow \triangle ABC \equiv \triangle CDA\ \ L.U.L. \Rightarrow\ BC \equiv AD$ .